Eigenwerte und Eigenräume

λ ist Eigenwert von A $\Leftrightarrow det(A-\lambda E_n)=0$

Beispiel:

$$A=\begin{pmatrix}0&0&2\\0&0&1\\1&2&3\end{pmatrix}$$

$$det(A-\lambda E_n)\overset{!}{=}0$$

$$det\left[\begin{pmatrix}0&0&2\\0&0&1\\1&2&3\end{pmatrix}-\lambda\cdot\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}\right]=det\begin{pmatrix}-\lambda&0&2\\0&-\lambda&1\\1&2&3-\lambda\end{pmatrix}=$$

$$-\lambda\cdot(-\lambda)\cdot(3-\lambda)-(1\cdot(-\lambda)\cdot2+2\cdot1\cdot(-1))=3\cdot\lambda^2+(-\lambda^3)-(-2\lambda-2\lambda)=-\lambda^3+3\lambda^2+4\lambda\overset{!}{=}0$$

$$\lambda_1=-1$$

$$\lambda_2=0$$

$$\lambda_3=4$$

$$Eig(4)$$

$$\begin{pmatrix}\mathbf{-4}&0&2\\0&\mathbf{-4}&1\\1&2&3\mathbf{-4}\end{pmatrix}=...=\begin{pmatrix}1&2&-1\\0&-4&1\\0&0&0\end{pmatrix}\begin{matrix}\Rightarrow x_1=\lambda-0.5\cdot\lambda\\\Rightarrow -4x_2+\lambda=0\\\Rightarrow x_3=\lambda;\lambda\in\mathbb{R}\end{matrix}$$

$$\Rightarrow Eig(4)=span\left\{\begin{pmatrix}2\\1\\4\end{pmatrix}\right\}$$