1 Zahlensysteme im Allgmeinen

Mit n Zeichen im Binärsystem kann man 2^n unterschiedliche Werte darstellen.
Umgekehrt bedeutet das, dass man für N unterschiedliche Werte $\lceil \log_2 N \rceil = \lceil \mathrm{ld} N \rceil$ Zeichen benötigt.

Aufbau einer Zahl N
$N = d_{n-1} \cdot R^{n-1} + ... + d_1 \cdot R^1 + d_0 \cdot R^0$
Basis R
Ziffer d
Stelle i
Menge der Ziffern Z

1.1 Beispiele

Dualsystem $(R_B = 2)$
$Z = \{0, 1\}$
$(132)_{(10)} = 1000\ 0100_B$

Oktalsystem $(R_O = 8)$
$Z = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$
$(132)_{(10)} = \underbrace{10}_{2}\underbrace{000}_{0}\underbrace{100}_{4}{}_B = 204_O$

Hexadezimalsystem $(R_H = 16)$
$Z = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F\}$
$(132)_{(10)} = \underbrace{1000}_{8}\underbrace{0100}_{4}{}_B = 84_H$

2 Binärzahlen

2.1 Vorzeichenlose Zahlen

Dezimalwert: $s = \sum_{i=0}^{l-1} r_i \cdot 2^i$

2.2 Vorzeichen/Betragsdarstellung

Zahl aus n Bits:

V	Betrag		
n-1	n-2	...	0

Dezimalwert $s = (-1)^{r_{n-1}} \cdot \sum_{i=0}^{n-2} r_i \cdot 2^i$

2.3 1er-Komplement

Das negative einer positiven Zahl N erhält man durch kippen aller Bits von N.
Bsp.: $5 = 101 \rightarrow -5 = 010$

Dezimalwert $s = r_{l-1} - r_{l-1} \cdot 2^{l-1} + \sum_{i=0}^{l-2} r_i \cdot 2^i$

2.4 2er-Komplement

Das 2er-Komplement einer Zahl erhält man durch dass addieren von 1 auf ihr 1er-Komplement.

Dezimalwert $s = (-r_{l-1}) \cdot 2^{l-1} + \sum_{i=0}^{l-2} r_i \cdot 2^i$

2.5 Dividieren zweier Binärzahlen

Beispiel:

$10010010011 : 101001 = 111\underline{00} + \frac{10111}{101001}$

$-\ 101001$

$\ \ 1000000$

$-\ \ 101001$

$\ \ \ 0101110$

$-\ \ \ 101001$

$\ \ \ \ 000101\underline{11}$

2.6 Gleitkomma nach IEEE 754

2.6.1 Aufbau

	V	Exponent			Mantisse		
single	31	30	...	23	22	...	0
double	63	62	...	52	51	...	0

2.6.2 Bedeutung

Bias $B = 2^{r-1} - 1$, wobei r die Anzahl der Bits von E darstellt.

Exponent	Mantisse	Wert
B	$\neq 0$	NAN (not a number)
B	0	$(-1)^V \cdot \infty$
$0 < E < B$	M	$(-1)^V \cdot 2^{E-B} \cdot (1, M)$
0	$\neq 0$	$(-1)^V \cdot 2^{1-B} \cdot (0, M)$
0	0	$(-1)^V \cdot 0$

2.6.3 Addition/Subtraktion zweier 8-Bit Gleitkommazahlen

$x_0 = 2.25_{(10)} = 10.01_{(2)} = 0\ 100\ 0010$
$x_1 = 0.375_{(10)} = 0.011_{(2)} = 0\ 001\ 1000$

Angleichen der Exponenten
Der Exponent der betragsmäßig kleineren Zahl wird an den der größeren Zahl angepasst.

$0.375_{(10)} = 0\ 001\ 1000 = 0\ 100\ 0011$

Addition/Subtraktion der Mantissen

$M_y = M_{x_0} + M_{x_1}$
$M_y = 0010 + 0011 = 0101$

$\Rightarrow$ Die binäre Addition ergibt 0 100 0101

2.6.4 Multiplikation zweier 8-Bit Gleitkommazahlen

Im Folgenden sollen die zwei Zahlen $x_0 = 2.25$ und $x_1 = -0.375$ multipliziert werden.

$2.25_{(10)} = 10.01_{(2)} = 0\ 100\ 0010$
$-0.375_{(10)} = -0.011_{(2)} = 1\ 001\ 1000$

Berechnen des Vorzeichens: $V_y = V_{x_0}$ xor V_{x_1}
$V_y = 0$ xor $1 = 1$

Berechnen des Exponenten: $E_y = E_{x_0} + E_{x_1} - B$

$E_y = 100 + 001 - 011 = 101 - 011 = 010$

Berechnen des Mantisse: $(1, M_y) = (1, M_{x_0}) \cdot (1, M_{x_1})$

$$
\begin{array}{lr}
(1, M_y) = 10010 \cdot & 11000 \\
 & 10010 \\
+ & 10010 \\
\hline
 & 1\underline{1011}0
\end{array}
$$

$\rightarrow M_y = 1011$

$\Rightarrow$Die binäre Multiplikation ergibt 1 010 1011